

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 2D2366

1. Докажите, что для каждой точки параболы расстояние до фокуса равно расстоянию до директрисы.
2. Пусть L — линейное подпространство в n -мерном линейном пространстве V . Докажите, что если $\dim L < n$, то в пространстве V имеется базис, в котором ни один из векторов не принадлежит подпространству L .
3. Пусть $a(x)$ и $b(x)$ — ненулевые многочлены с коэффициентами из некоторого поля и пусть $d(x)$ — их наибольший общий делитель. Докажите, что существуют многочлены $u(x)$ и $v(x)$, для которых $a(x)u(x) + b(x)v(x) = d(x)$, $\deg u(x) < \deg b(x)$, $\deg b(x) < \deg a(x)$.
4. Пусть $\mathbb{C}^*$ — мультипликативная группа поля комплексных чисел и $\mathbb{C}_n$ — множество корней степени n из единицы. Докажите, что $\mathbb{C}_n$ является нормальной подгруппой группы $\mathbb{C}^*$, а фактор-группа $\mathbb{C}^*/\mathbb{C}_n$ изоморфна $\mathbb{C}^*$.